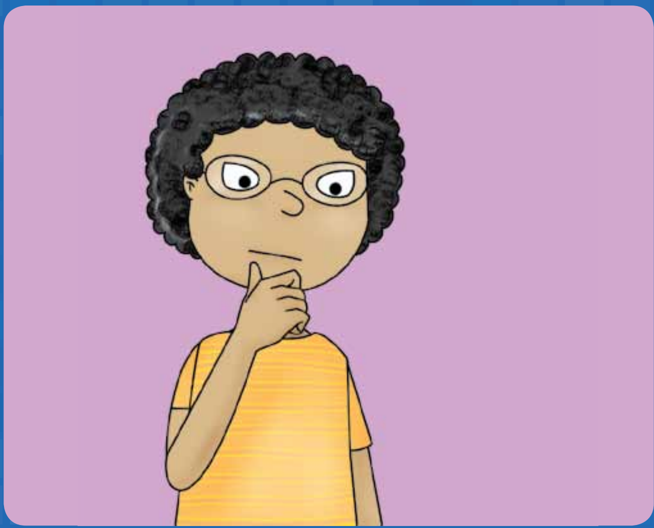
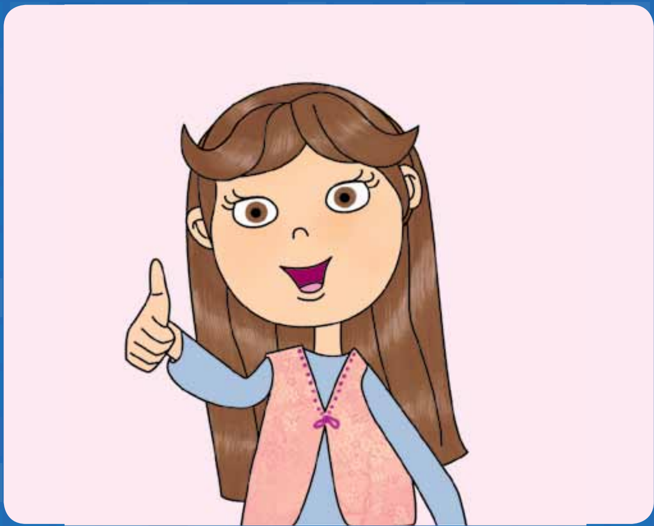
Lee, piensa, decide y aprende

Matemáticas

Tercera fase

Guía del maestro





Estrategia Integral para la Mejora del Logro Educativo

Programa Escuelas de Tiempo Completo

Programa Escuelas de Calidad

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Lee, piensa, decide y aprende

Matemáticas

Tercera fase

Guía del maestro

SEP
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Lee, piensa, decide y aprende. Matemáticas. Tercera fase. Guía del maestro es una publicación de la Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa de la Subsecretaría de Educación Básica, Secretaría de Educación Pública, a través de los Programas Escuelas de Tiempo Completo y Escuelas de Calidad, en coordinación con el Programa para la Mejora del Logro Educativo.

Secretaría de Educación Pública
José Ángel Córdova Villalobos

Subsecretaría de Educación Básica
Francisco Ciscomani Freaner

Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa
Juan Martín Martínez Becerra

Coordinación General de Innovación
Ernesto Ponce Rodríguez

Coordinación Nacional para el Fortalecimiento del Logro Educativo
Lilia Dalila López Salmorán

Coordinación Nacional del Programa Escuelas de Tiempo Completo
Marcela Ramírez Jordán

Coordinación Nacional del Programa Escuelas de Calidad
Daniel Hernández Ruiz

Coordinación Académica
Araceli Castillo Macías

Autora
Ana Laura Barriendos Rodríguez

Revisión Técnico-Pedagógica
Araceli Castillo Macías y Equipo Técnico del Programa para la Mejora del Logro Educativo

Coordinación de Producción Editorial y Difusión
Marco Antonio Cervantes González

Diseño
Sociedad para el Desarrollo Educativo Prospectiva, SA de CV
Jorge Isaac Guerrero Reyes

Ilustraciones
Rocío Padilla Medina

Cuidado editorial
Esteban Manteca Aguirre
Tonatiuh Arroyo Cerezo
Araceli Sánchez Villaseñor

Segunda edición: 2012
ISBN: 978-607-8017-86-7

Impreso en México
Distribución gratuita (prohibida su venta)

Contenido

Introducción

Con *Lee, piensa, decide y aprende. Tercera fase. Guía del maestro* se pretende apoyar a los alumnos en su tránsito a la secundaria, mediante el fortalecimiento de algunos temas que estudiaron en la primaria. Se han elegido cuatro temas, considerados de gran importancia en la asignatura de Matemáticas y cuyo estudio continuará en la secundaria cada vez con más profundidad: las operaciones básicas, las fracciones, la proporcionalidad y la geometría.

Para el estudio de cada tema se presenta una situación en la que cuatro amigos se plantean un problema relacionado con las matemáticas. Se pide, entonces, a los alumnos que exploren posibles soluciones para dicho problema, y cuando ya tienen al menos una, correcta o no, se les muestran distintas maneras de resolverlo. Con esto se busca que los alumnos conozcan diversos procedimientos de solución y amplíen sus herramientas para resolver problemas.

El desarrollo de cada tema se estructura con cuatro momentos, identificados por medio de los siguientes iconos:

Acepta el reto

Resuelve

Desarrolla y comprueba

Analiza lo aprendido

- **Acepta el reto** es el primer momento, y se propone para que el alumno lea el problema, lo comprenda y busque información en otras fuentes para recordar aquello que considere necesario. Usted puede apoyar, tanto para que no queden dudas respecto a la comprensión del problema como en la búsqueda de conceptos y en los repasos que realice el alumno.
- **Resuelve** es el momento en que cada estudiante debe explorar el problema y plantear una estrategia de solución. Es importante que usted dé tiempo para ello y permita que cada uno proponga sus procedimientos, incluso si son erróneos. Más adelante tendrán tiempo de revisarlos y corregirlos, cuando sea necesario.
- **Desarrolla y comprueba** es la sección más amplia en la Guía. En ella se presentan distintas maneras de resolver el problema inicial. Es necesario que usted apoye el análisis y la reflexión de cada idea que se presenta y que aclare dudas cuando así lo considere. Es importante que lleguen a esta parte después de que cada alumno haya planteado una posible solución.
- **Analiza lo aprendido** aquí, usted puede enfatizar el hecho de que con diferentes procedimientos propuestos se puede llegar a las mismas respuestas, aunque no necesariamente todos son igual de económicos ni permiten obtener exactamente la misma información. Es también momento para que los alumnos escriban qué fue lo que aprendieron y vuelvan a su solución inicial.

Tema 1
Operaciones con números naturales

Aprendizajes esperados

Utiliza distintos métodos para abordar problemas que involucran operaciones con números naturales.

La situación planteada a los alumnos

En este problema se plantea una situación en la que los alumnos deberán emplear conocimientos adquiridos a lo largo de la educación primaria sobre operaciones básicas. Además, se presentan varias formas de resolución que pretenden enriquecer sus herramientas para cuando deban enfrentarse a situaciones similares.

Sugerencias para abordar el problema

Permita que los alumnos lean el planteamiento del problema y luego pregúnteles si lo han comprendido. Aclare dudas si es necesario, pero no adelante respuestas ni procedimientos de resolución.

En este problema, un aspecto que puede generar confusión es la ventaja que Daniela da a Octavio, pues es claro que si Daniela y Octavio empiezan el recorrido al mismo tiempo desde la línea de salida, ella llegará antes porque avanza 500 metros en un minuto, mientras Octavio avanza 400 metros en un minuto; sin embargo, cuando Lucas y Pamela se preguntan si Daniela seguiría siendo la ganadora dándole una ventaja a Octavio de 300 metros, la decisión de marcar la ventaja en tiempo o en distancia puede complejizar la estrategia.

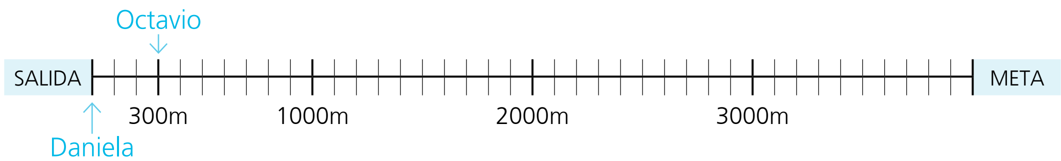
Si los alumnos manifiestan dudas al respecto, ayude a que descubran que ambos salen en el minuto cero, pero Octavio lo hace desde la línea de 300 metros y Daniela desde la línea de salida (o cero metros). Con esta información, tendrán los elementos suficientes para empezar a trabajar por sí mismos.

Se espera que cada alumno desarrolle una estrategia personal (correcta o no) para resolver la situación. Permita que cada uno de los alumnos avance a su propio ritmo y que colaboren entre ellos; si se lo solicitan, intervenga para aclarar dudas. Una vez que hayan planteado una primera versión de su respuesta, pueden seguir resolviendo.

Conforme avancen, verán que en la Guía se presentan varias maneras de resolver el problema. Es muy probable que cada alumno encuentre ahí la estrategia que empleó; con las demás estrategias conocerá otras formas de resolución y podrá verificar sus propios resultados mediante distintos métodos.

Análisis de las estrategias de resolución planteadas en la guía

Lo primero que se propone a los alumnos es utilizar una recta para solucionar el problema, y para ello se les presenta una recta graduada con la finalidad de apoyarlos en la visualización del problema.



Puede apoyar el trabajo con la recta pidiéndoles que busquen la manera de diferenciar el avance de Daniela del de Octavio.

Es importante que acompañe a los estudiantes en la recuperación del procedimiento que siguieron para dar solución al problema utilizando la recta. Es importante dedicar un poco de tiempo para leer y corregir sus escritos, de manera que se den cuenta si sus escritos son claros y si dicen lo que ellos querían.

Enseguida se plantea otra manera de resolver el problema: Dos tablas de proporcionalidad directa. En la primera columna están los minutos y en la segunda los metros que recorren. Al completarlas los alumnos podrán cotejar el avance en la recta con los datos en las filas de cada tabla y verificar su trabajo con las dos estrategias.

Después se pide a los alumnos elegir una operación para determinar el avance en un tiempo específico. Permita que los alumnos prueben con la operación que se les ocurra y después pídales que expliquen por qué eligieron esa operación.

En las tablas podrán ver, además, que cuando Daniela completa los 4000 metros, Octavio apenas lleva 3200 metros recorridos, así que, cuando han transcurrido 8 minutos desde el inicio de la carrera, ella lo aventaja por 800 metros. Si se les dificultara a los estudiantes visualizar esto, puede apoyarlos, pidiéndoles que realicen una tabla de los avances como la de abajo.

Minutos	Metros	
	Daniela	Octavio
0	0	0
1	500	400
2	1000	800
3	1500	1200
4	2000	1600
5	2500	2000
6	3000	2400
7	3500	2800
8	4000	3200
9		3600
10		4000

Una vez hecho esto, se plantea la resolución del problema original: quién ganaría la carrera si a Octavio se le dan 300 metros de ventaja. En una tabla[1] quedaría así:

Minutos	Metros	
	Daniela	Octavio
0	0	300
1	500	700
2	1000	1100
3	1500	1500
4	2000	1900
5	2500	2300
6	3000	2700
7	3500	3100
8	4000	3500
9		3900
10		4300

1 Esta tabla es de variación, pero ya no de proporcionalidad; la ventaja de 300 metros que le dan a Octavio hace que ese punto, si se grafica, ya no pase por (0, 0).

Como puede observarse, de todas formas Daniela completaría primero el recorrido. Quizás algunos estudiantes intenten saber en qué fracción de minuto llega Octavio a la meta: como avanza 400 m en un minuto, después del minuto 9 recorre los últimos 100 m en la cuarta parte de un minuto, o bien en 15 segundos. Permita que los alumnos llenen el último renglón de acuerdo con su propio razonamiento.

Como una tercera forma para resolver el problema, se les plantea que la situación puede resolverse a través de operaciones aritméticas. Primero se les pide buscar una operación para calcular el tiempo que tardaría Daniela en recorrer los 4000 metros, permita que ellos prueben con las operaciones que consideren y de ser necesario apoyarlos con aproximaciones, por ejemplo, cómo podemos calcular el tiempo tarda Daniela en recorrer 1000 m, 1500 m, 2000 m, etcétera.

Es importante apoyar a los estudiantes para que reflexionen acerca de que, sin importar el procedimiento que sigan, la distancia por recorrer y la velocidad se conservan por lo que el tiempo de recorrido no puede variar.

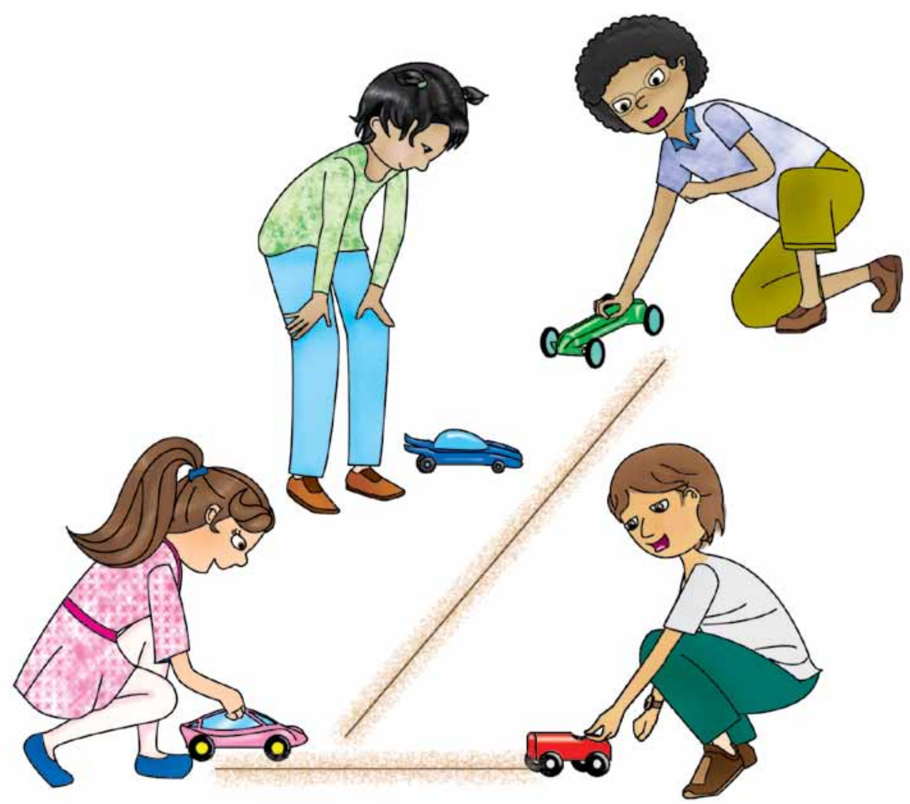
Ya que los estudiantes entienden por qué la solución al problema es la misma sin importar la estrategia utilizada, es importante que les apoye en el análisis de cada una de las operaciones que utilicen. Nuevamente es necesario que se dedique un poco de tiempo a la revisión de los escritos de los estudiantes para apoyarlos en la elaboración de los mismos.

Cierre de la actividad

Haga énfasis en que si utilizan operaciones, una tabla o la recta se obtienen los mismos resultados; sin embargo, con la tabla y con la recta es posible tener más información; por ejemplo, en qué punto del recorrido estaban cuando habían transcurrido 6 minutos.

Cuando los alumnos hayan terminado de resolver estas actividades, pídales que regresen a su solución original y que comenten con sus compañeros su estrategia. Después, dígales que hagan un registro de lo que aprendieron, que anoten cuál fue su primera idea para resolver el problema y registren si cometieron errores, si lograron aclarar sus dudas, etcétera.

Tema 2
Fracciones



Aprendizajes esperados

Resuelve problemas que implican identificar a las fracciones como números que se representan y se ubican en la recta; asimismo, que con ellos se pueden realizar operaciones.

La situación planteada a los alumnos

Para resolver este problema, los alumnos necesitarán comparar y sumar fracciones que tienen distinto denominador. La recta numérica se presenta como un recurso que permite ubicar las fracciones para compararlas.

Sugerencias para abordar el problema

Permita que los alumnos lean el problema y, si tienen dudas, traten de aclararlas entre todos. Una vez que lo hayan comprendido, dé tiempo para que puedan trabajar buscando una solución.

Cada alumno desarrollará una estrategia personal de resolución, correcta o no, para comparar y sumar las fracciones. Es posible que hagan sombreados de área, ubicación en la recta numérica o que las conviertan en números decimales. Permita que cada uno utilice la estrategia que le resulte mejor, y cuando hayan propuesto al menos una, sigan avanzando.

Análisis de las estrategias de resolución planteadas en la Guía

El problema de los carritos podría pensarse así:

Carrito de	Primer impulso	Segundo impulso	Llegó a
Daniela	$\frac{4}{10}$	$\frac{1}{2}$	
Pamela	$\frac{3}{6}$	$\frac{2}{5}$	
Lucas	$\frac{3}{8}$		$\frac{11}{12}$
Octavio	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	

Con los dos impulsos, el carrito de Lucas llegó a $\frac{11}{12}$ porque la información dice que quedó a $\frac{1}{12}$ de la meta, y $1 - \frac{1}{12} = \frac{11}{12}$.

Lo primero que se propone a los alumnos es averiguar en qué orden quedaron los carritos tras el primer impulso. Para ello, deberán comparar $\frac{4}{10}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{3}{8}$ y $\frac{3}{5}$ (el carrito de Octavio quedó a $\frac{2}{5}$ de la meta, es decir, avanzó de cero a $\frac{3}{5}$).

Una estrategia para hacerlo sería la siguiente:

Tres de estas fracciones tienen como numerador el 3, así que pueden compararse más fácilmente:

$\frac{3}{8} < \frac{3}{6} < \frac{3}{5}$ porque

$\frac{1}{8} < \frac{1}{6} < \frac{1}{5}$

También es cierto que:

$\frac{4}{10} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} < \frac{1}{2}$

$\frac{3}{5} > \frac{1}{2}$

Así que se tiene:

$\frac{4}{10} < \frac{3}{6} < \frac{3}{5}$

Y también:

$\frac{3}{8} < \frac{3}{6} < \frac{3}{5}$

Pero sigue faltando conocer en qué orden van las dos fracciones que son menores que $\frac{1}{2}$, es decir, $\frac{3}{8}$ y $\frac{4}{10}$. Una manera de hacerlo es ésta:

$\frac{4}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}$

Como $\frac{1}{10} < \frac{1}{8}$, entonces $\frac{4}{10} > \frac{3}{8}$

Ahora sí, ya se pueden ordenar todas:

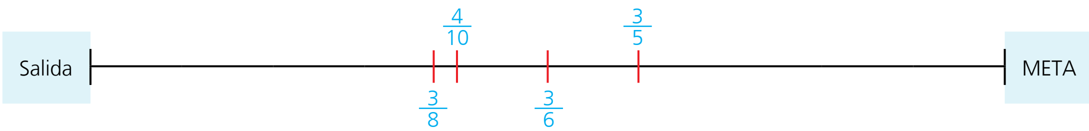
$$\frac{3}{8} < \frac{4}{10} < \frac{3}{6} < \frac{3}{5}$$

El carrito que llegó más lejos es el de Octavio ($\frac{3}{5}$) y el que avanzó menos fue el de Lucas ($\frac{3}{8}$).

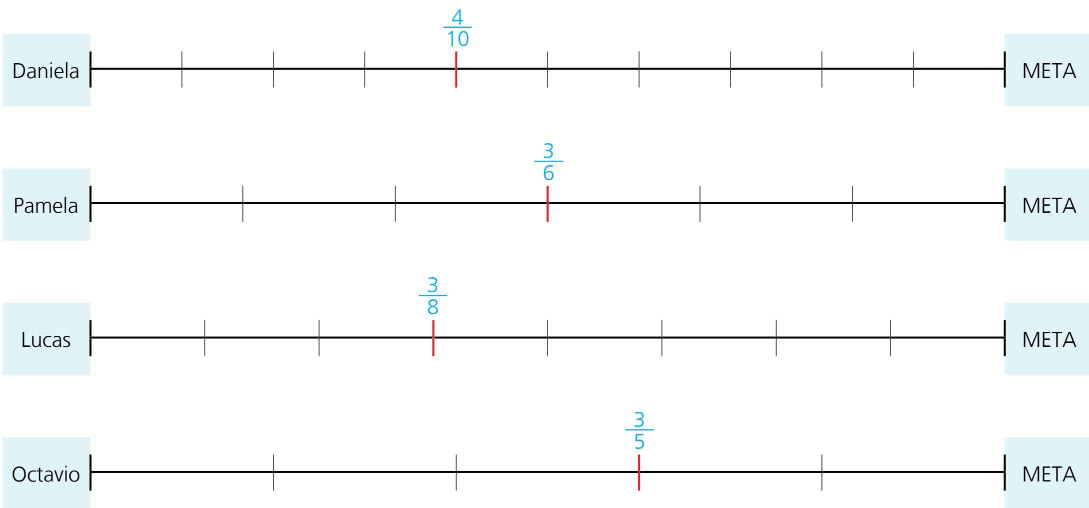
El procedimiento sugerido a los alumnos es la ubicación de fracciones en la recta numérica; sin embargo, puede representar algunas dificultades para los alumnos ya que no está subdividida, sólo se muestran el inicio (0) y la meta (3). Ellos tendrán que hallar la manera para dividirla en octavos, décimos, sextos y quintos.

Una forma sería con regla, midiendo todo el segmento y dividiéndolo por el denominador deseado. A los alumnos se les propone que usen una hoja rayada. Si lo considera necesario, revisen la lección que se sugiere en la Guía y recuerde este procedimiento en grupo.

La posición de los carritos tras el primer impulso queda así en la recta numérica:



Los alumnos verán que es necesario hacer subdivisiones en décimos, sextos y octavos en la misma recta (los quintos quedarán sobre las marcas de los décimos). Una estrategia para facilitar la ubicación y la interpretación es utilizar varias rectas en vez de una; sin embargo, es importante que los alumnos sepan que si se ubican las fracciones en rectas numéricas distintas, éstas deben estar alineadas a la izquierda para que sea factible hacer la comparación. Las que aparecen en el inciso *a)* no están alineadas y resulta muy complicado compararlas. Pida a los alumnos que comenten sus ideas al respecto.



Puede ser difícil para los alumnos marcar en las rectas el lugar al que llegaron los carritos con el segundo impulso. Esta tarea implica que haya un denominador común para las dos fracciones (la que representa lo que avanzó un carrito con el primer impulso y la que representa lo que avanzó con el segundo impulso).

Para llevar a cabo este procedimiento, se sugiere proponer a los alumnos la búsqueda de fracciones equivalentes, por ejemplo:

Carrito de Daniela

Primer impulso: $\frac{4}{10}$

Segundo impulso: $\frac{1}{2}$

La fracción $\frac{1}{2}$ puede escribirse con el denominador 10:

$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$

En la recta quedaría así: partiendo de $\frac{4}{10}$ (lo que avanzó el carrito con el primer impulso) tendría que avanzar $\frac{5}{10}$ más (lo que avanzó el carrito con el segundo impulso) y llegaría a $\frac{9}{10}$. Eso fue lo que avanzó en total el carrito de Daniela.

Con los otros carritos podría ser de la siguiente forma:

Carrito de Pamela

Primer impulso: $\frac{3}{6}$

Segundo impulso: $\frac{2}{5}$

El denominador común más pequeño sería 30. La recta tendría que dividirse en treintavos y las fracciones quedarían así:

$\frac{3}{6} = \frac{15}{30}$

$\frac{2}{5} = \frac{12}{30}$

En total, el carrito de Pamela avanzó $\frac{27}{30}$

Carrito de Lucas

Primer impulso: $\frac{3}{8}$

Con los dos impulsos llegó a $\frac{11}{12}$

El denominador común más pequeño sería 24. La recta tendría que dividirse en veinticuatroavos y las fracciones quedarían así:

$\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$

$\frac{11}{12} = \frac{22}{24}$

Así, se puede saber que con el segundo impulso el carrito de Lucas avanzó $\frac{13}{24}$ (porque $\frac{22}{24} - \frac{9}{12} = \frac{13}{24}$).

Carrito de Octavio

Primer impulso: $\frac{3}{5}$

Segundo impulso: $\frac{1}{3}$

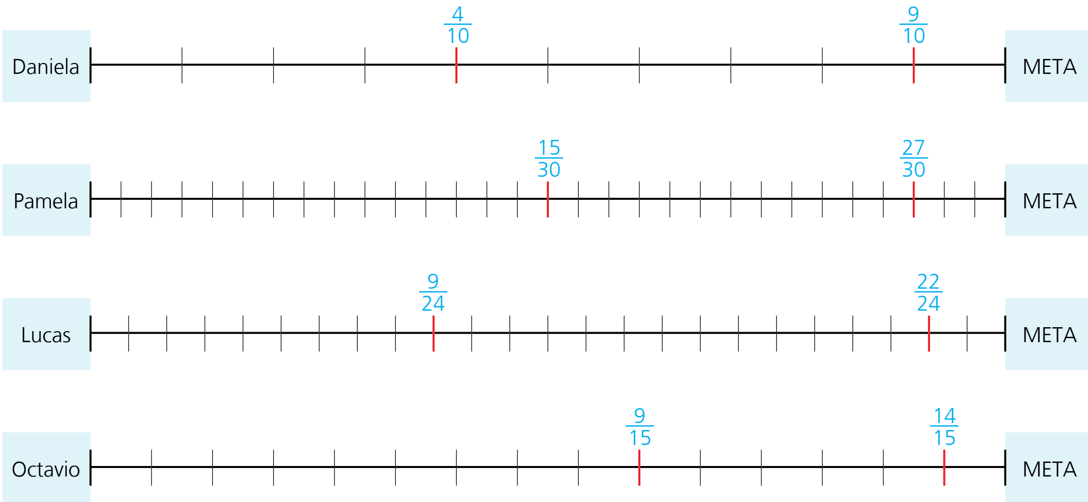
El denominador común más pequeño sería 15. La recta tendría que dividirse en quinceavos y las fracciones quedarían así:

$\frac{3}{5} = \frac{9}{15}$

$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$

En total, el carrito de Pamela avanzó $\frac{14}{15}$

Si lo considera necesario, para apoyar esta tarea, revisen en grupo las lecciones que se sugieren en *Lee, piensa, decide y aprende. Matemáticas. Tercera fase. Guía del alumno.*



A partir de este momento los alumnos sabrán en qué orden quedaron los carritos tras los dos impulsos: Octavio quedó en primer lugar, Lucas quedó en segundo lugar, y Daniela y Pamela quedaron empatadas en último lugar.

Los alumnos ahora se enfrentarán con que deben averiguar a cuántos metros corresponde cada fracción en la pista (cuya longitud es de 3 metros). Para saberlo, deben considerar las fracciones en relación con lo que mide la pista. Hay varios procedimientos que pueden ser útiles, como poner los datos en una tabla o aproximar la medida ubicando el punto en una recta numérica.

Fracción	Metros
1	3
$\frac{1}{2}$	1.5
$\frac{1}{3}$	1
$\frac{1}{5}$	0.6
$\frac{1}{8}$	0.375
$\frac{1}{10}$	0.3
$\frac{1}{15}$	0.2
$\frac{1}{24}$	0.125
$\frac{1}{30}$	0.1

¿Cómo pueden los alumnos saber qué datos poner en la tabla? Sugiera que se fijen en las relaciones *verticales*, por ejemplo:

Un entero mide 3 metros.

$\frac{1}{2}$ (que es la mitad de un entero) mide 1.5 m (que es la mitad de 3).

$\frac{1}{3}$ mide 1 m (que es la tercera parte de 3).

$\frac{1}{10}$ (que es la décima parte de 1) mide 0.3 m (que es la décima parte de 3).

$\frac{1}{5}$ mide 0.6 m.

$\frac{1}{15}$ (que es la tercera parte de $\frac{1}{5}$) mide 0.2 m (que es la tercera parte de 0.6).

$\frac{1}{30}$ mide 0.3 m.

$\frac{1}{8}$ mide 0.375 m.

$\frac{1}{24}$ (que es la tercera parte de $\frac{1}{8}$) mide 0.125 m (que es la tercera parte de 0.375).

Así, para hallar cuántos metros recorrió en total cada carrito, pueden sumar las medidas fraccionarias tantas veces como sea necesario:

El carrito de Daniela recorrió $\frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10}$... (nueve veces), es decir:

0.3 + 0.3 + 0.3... (nueve veces) = 2.7 metros.

El carrito de Pamela recorrió $\frac{1}{30} + \frac{1}{30} + \frac{1}{30}$... (veintisiete veces), es decir:

0.1 + 0.1 + 0.1... (veintisiete veces) = 2.7 metros.

El carrito de Lucas recorrió $\frac{1}{24} + \frac{1}{24} + \frac{1}{24}$... (veintidós veces), es decir,

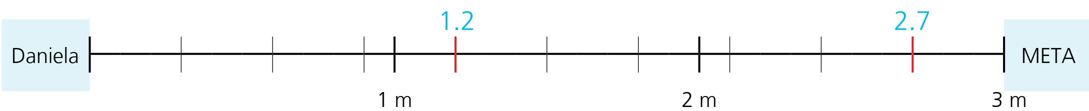
0.125 + 0.125 + 0.125... (veintidós veces) = 2.75 metros.

El carrito de Octavio recorrió $\frac{1}{15} + \frac{1}{15} + \frac{1}{15}$... (catorce veces), es decir,

0.2 + 0.2 + 0.2... (catorce veces) = 2.8 metros.

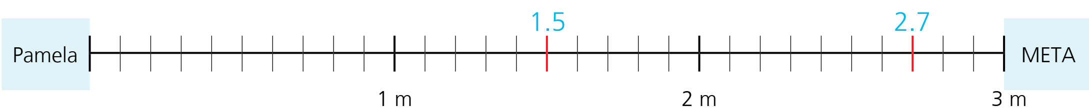
Rectas

Para saber, utilizando la recta, cuántos metros avanzó el carrito de Daniela, hay que dividir el total de la pista en décimos, ya que cada décimo corresponde a 0.3 metros (porque 3 ÷ 10 = 0.3).



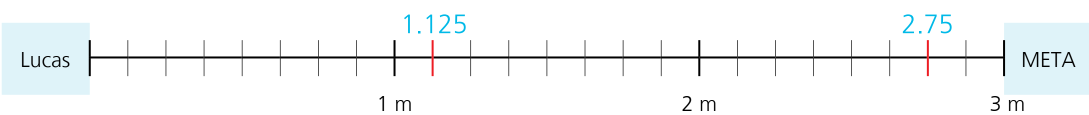
Daniela llegó con el primer impulso a 1.2 metros, y con los dos impulsos a 2.7 metros.

Para el carrito de Pamela hay que dividir el total de la pista en treintavos, y tomar en cuenta que cada treintavo corresponde a 0.1 metros (porque 3 ÷ 30 = 0.1).



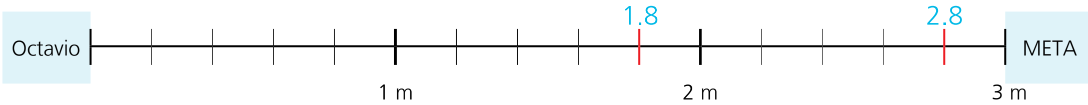
Pamela llegó con el primer impulso a 1.5 metros y con los dos impulsos a 2.7 metros.

Para el carrito de Lucas hay que dividir el total de la pista en veinticuatroavos, y recordar que cada veinticuatroavo corresponde a 0.125 metros (porque 3 ÷ 24 = 0.125).



Lucas llegó con el primer impulso a 1.125 metros y con los dos impulsos a 2.75 metros.

Para el carrito de Octavio hay que dividir el total de la pista en quinceavos, y considerar que cada quinceavo corresponde a 0.2 metros (porque 3 ÷ 15 = 0.2).



Octavio llegó con el primer impulso a 1.8 metros y con los dos impulsos a 2.8 metros.

También se propone a los alumnos resolver sumas de fracciones (la que corresponde al primer impulso más la del segundo impulso). Para sumar fracciones con distinto denominador, los alumnos deben seguir el principio de hallar un denominador común encontrando fracciones equivalentes. No obstante, es frecuente que los alumnos cometan algunos errores, como $\frac{4}{10} + \frac{1}{2} = \frac{5}{12}$. Si detecta alguno, aproveche este momento para aclararlo.

Una forma en que podrían quedar las sumas es la siguiente:

Carrito de Daniela

$\frac{4}{10} + \frac{1}{2} =$

$\frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$

Carrito de Pamela

$\frac{3}{6} + \frac{2}{5} =$

$\frac{15}{30} + \frac{12}{30} = \frac{27}{30}$

Carrito de Lucas

$\frac{3}{8} + \underline{\quad} = \frac{11}{12}$

$\frac{9}{24} + \underline{\quad} = \frac{22}{24}$

$\frac{9}{24} + \frac{13}{24} = \frac{22}{24}$

Carrito de Octavio

$\frac{3}{5} + \frac{1}{3} =$

$\frac{9}{15} + \frac{5}{15} = \frac{14}{15}$

Cierre de la actividad

Cuando los alumnos hayan terminado de resolver estas actividades, pídales que regresen a su solución original y que comenten con sus compañeros su estrategia. Después, dígales que hagan un registro de lo que aprendieron, que anoten cuál fue su idea inicial para resolver el problema y registren si cometieron errores, si lograron aclarar sus dudas, etcétera.

Tema 3
Proporcionalidad

Aprendizajes esperados

Resuelve problemas que implican identificar la relación que existe entre cantidades proporcionales.

La situación planteada a los alumnos

En este problema se plantea una situación de proporcionalidad en la que deben hallarse ciertos datos. Los alumnos ya tienen experiencia resolviendo este tipo de situaciones y ahora, además, tendrán la oportunidad de emplear distintos procedimientos para hacerlo.

Sugerencias para abordar el problema

La situación de calcular los ingredientes de una receta es conocida por los alumnos; seguramente, ellos habrán desarrollado anteriormente estrategias para resolver este tipo de problemas. Permita que expresen sus ideas y que resuelvan el problema como crean conveniente, pero no deberán avanzar más hasta que cada uno tenga una propuesta de solución.

Dé tiempo para que cada alumno desarrolle una estrategia personal, aunque no sea correcta. Una estrategia errónea que se explora al inicio es sumar cierta cantidad a todos los ingredientes (el procedimiento que propone Daniela). Si algunos alumnos la eligieron, permítales seguir avanzando, conforme resuelvan los siguientes incisos podrán darse cuenta de que no se obtienen las cantidades correctas.

Análisis de las estrategias de resolución planteadas en la Guía

El procedimiento que sugiere Lucas es erróneo. Es cierto que debe emplearse una mayor cantidad de cada ingrediente, pero para que se conserve el sabor original de las galletas, dicho aumento debe ser proporcional.

La idea de Daniela no se concreta en una estrategia correcta: sumando 20 gramos, mililitros, etcétera, a cada ingrediente no se mantendrán las proporciones correctas en la receta. El procedimiento que sugiere Octavio es correcto, se basa en la idea de *al doble le toca el doble*, *al triple el triple*, etcétera. Empleando este procedimiento, lo que necesitarán para obtener la respuesta al problema es pasar de los ingredientes para 80 galletas a los ingredientes para 100 galletas; es decir, aumentar a todos los ingredientes una cuarta parte (porque 80 + 20 = 100, y 20 es la cuarta parte de 80).

Con los siguientes procedimientos recordarán qué significa que el aumento sea proporcional.

Propuesta de Lucas

Como puede verse, en esta propuesta la cantidad de galletas va aumentando de 80 en 80 y se llega hasta 400 galletas, para que el cálculo de 100 galletas sea más sencillo (los ingredientes para 400 galletas ÷ 4 = los ingredientes para 100 galletas).

Cantidad de galletas	Yemas de huevo	Latas de leche
80	4	1
160	8	2
240	12	3
320	16	4
400	20	5
100	5	$\frac{5}{4}$ o $1\frac{1}{4}$

Propuesta de Pamela

Pamela desea saber cuántos gramos de nuez y cuántas cucharadas de vainilla se necesitan para preparar 20 galletas, pues si suma dichas cantidades a los ingredientes que se emplean para preparar 80 galletas obtendrá cuánto necesita para 100 galletas.

Cantidad de nuez		
80 galletas	⟶	200 g de nuez
40 galletas	⟶	100 g de nuez
20 galletas	⟶	50 g de nuez

Cantidad de vainilla		
80 galletas	⟶	Una cucharada de vainilla
40 galletas	⟶	$\frac{1}{2}$ cucharada de vainilla
20 galletas	⟶	$\frac{1}{4}$ de cucharada de vainilla

Propuesta de Daniela

En este punto se plantea a los alumnos otro procedimiento: hallar la cantidad de mantequilla necesaria para una galleta dividiendo 400 entre 80, multiplicar el resultado por 100 y obtener así el número buscado. Al procedimiento que consiste en hallar qué número corresponde al 1 se le llama *valor unitario*. En este caso, al dividir entre 80 las cantidades de cada ingrediente se puede saber qué cantidad se necesita de cada uno para hornear una galleta.

400 g de mantequilla ÷ 80 = 5 g de mantequilla.

Se necesitan 5 g de mantequilla para preparar una galleta.

5 g de mantequilla × 100 = 500 g de mantequilla.

Se necesitan 500 g de mantequilla para preparar 100 galletas.

Para la harina se sugiere hacer operaciones con números decimales. Se espera que escribir $3\frac{1}{2}$ como decimal no sea problemático para los alumnos, ya que la fracción $\frac{1}{2}$ es fácilmente identificada como la mitad o 0.5.

Una vez escrita la cantidad de harina como 3.5 tazas, hay que dividirla entre 80 para hallar el valor unitario.

3.5 tazas de harina ÷ 80 = 0.04375 de taza de harina.

Se necesita 0.04375 de taza de harina para preparar una galleta.

0.04375 de taza de harina × 100 = 4.375 tazas de harina.

Se necesitan 4.375 tazas de harina para preparar 100 galletas.

Aproveche estos cálculos para repasar las operaciones con decimales. Una forma de resolver la división 3.5 ÷ 80 es la siguiente:

3.5 ÷ 10 = 0.35

Si ese resultado (0.35) se divide entre 2, equivale a dividir la cantidad original (3.5) entre 20.

0.35 ÷ 2 = 0.175

Si se vuelve a dividir entre 2, es como si se dividiera la cantidad original entre 40.

0.175 ÷ 2 = 0.0875

Dividirla nuevamente entre 2 equivale a dividir la cantidad original entre 80.

0.0875 ÷ 2 = 0.04375

Usando la operación que los alumnos conocen, hay que "quitar" el punto decimal del dividendo, es decir, hay que encontrar una operación equivalente en la que no haya punto decimal:

$80\,\overline{)\,3.5} \;=\; 800\,\overline{)\,35}$

Como el dividendo es menor que el divisor, habrá que realizar otros pasos:

$$\begin{array}{r} 0. \\ 800\,\overline{)\,350} \end{array}$$

Aún no "cabe" 800 en 350, así que se añaden más ceros.

$$800 \overline{\big)\,3500}^{\;0.0}$$

A partir de este punto ya se puede dividir 3500 entre 800.

Utilicen la calculadora para verificar.

También se les plantea la posibilidad de dividir la fracción $\frac{7}{2}$ entre 80 sin tener que escribirla como un número decimal. Los alumnos ya han hecho divisiones de fracciones entre números naturales, así que dé tiempo para que exploren una respuesta.

Una manera de hacerlo es dividir la fracción entre 10 y el resultado dividirlo entre 8:

$\frac{7}{2} \div 10 = \frac{7}{20}$ (porque $\frac{1}{20}$ es diez veces más chico que $\frac{1}{2}$).

Los alumnos pueden comprobar esta operación sumando $\frac{7}{20} + \frac{7}{20}\ldots$ (diez veces) = $\frac{70}{20} = \frac{7}{2}$.

Después dividen $\frac{7}{20} \div 8 = \frac{7}{160}$ (porque $\frac{1}{160}$ es ocho veces menor que $\frac{1}{20}$).

Se puede comprobar sumando $\frac{7}{160} + \frac{7}{160}\ldots$ (ocho veces) = $\frac{56}{160} = \frac{7}{20}$.

Las divisiones pueden escribirse en una tabla para ir encontrando las relaciones con mayor facilidad. Por ejemplo:

Galletas	Harina (tazas)
80	$\frac{7}{2}$
40	$\frac{7}{4}$
20	$\frac{7}{8}$
10	$\frac{7}{16}$
1	$\frac{7}{160}$

El principio que está detrás de la división de una fracción entre un número natural es que el denominador debe hacerse tantas veces más pequeño como sea el número natural entre el que se está dividiendo.

$\frac{1}{2} \div 2 = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{5} \div 3 = \frac{1}{15}$

$\frac{2}{6} \div 20 = \frac{2}{120}$

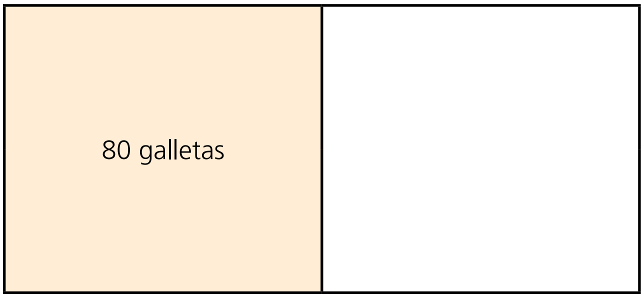
$\frac{7}{2} \div 80 = \frac{7}{160}$

Esta idea puede ser difícil de entender para los alumnos en este grado; proponga algunos ejemplos sencillos para que puedan darle sentido a estas divisiones, como: "Una tabla que mide 1/3 de metro va a dividirse en 4 partes, ¿cuánto medirá cada parte?".

Propuesta de Octavio

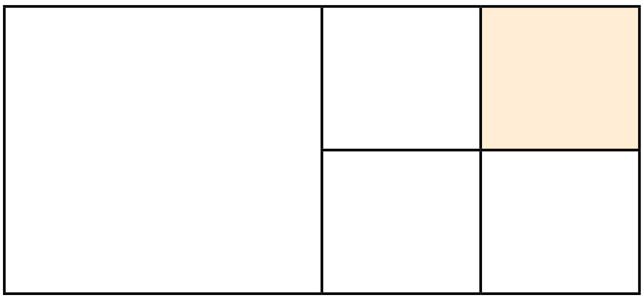
Esta propuesta emplea el modelo de áreas para representar fracciones; pero, al igual que en las dos propuestas anteriores, la idea es buscar qué cantidad de ingredientes se necesita para preparar 20 galletas y sumarla a la necesaria para preparar 80 galletas.

Para 80 galletas se necesita $\frac{1}{2}$ taza de azúcar.



Una taza de azúcar

Para 20 galletas se necesita la cuarta parte de esa $\frac{1}{2}$ taza, porque $80 \div 4 = 20$.



El rectángulo de color representa la cuarta parte de $\frac{1}{2}$.

Para los alumnos puede ser confuso entender esto: la cuarta parte de $\frac{1}{2}$ no es igual a la cuarta parte de un entero. Haga hincapié en que el rectángulo completo es un entero y pregunte:

- ¿En cuántos cuadritos se dividió?
- ¿Qué fracción representa cada cuadrito?
- ¿Con cuántos de esos cuadritos se cubre $\frac{1}{2}$?
- ¿Qué fracción del total del rectángulo representa la cuarta parte de $\frac{1}{2}$?

Se espera así que reconozcan lo siguiente:

80 galletas ÷ 4 = 20 galletas.

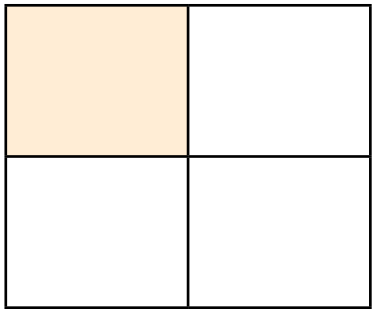
$\frac{1}{2}$ taza de azúcar ÷ 4 = $\frac{1}{8}$ de taza de azúcar.

80 galletas + 20 galletas = 100 galletas.

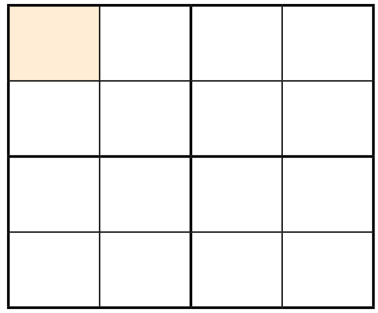
$\frac{1}{2}$ taza de azúcar + $\frac{1}{8}$ taza de azúcar = $\frac{5}{8}$ de taza de azúcar.

Para sumar $\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$ pueden seguir empleando el modelo de áreas, o bien pregunte: "¿Con cuántos octavos se puede cubrir $\frac{1}{2}$?". A esa cantidad hay que sumarle $\frac{1}{8}$.

Con el chocolate se procede igual. Se necesita ¼ taza para 80 galletas.



Para 20 galletas se necesita la cuarta parte porque $80 \div 4 = 20$.



El rectángulo de color representa la cuarta parte de $\frac{1}{4}$.

Para ayudar a comprender esto, enfatice que el rectángulo completo es un entero y pregunte:

- ¿En cuántos rectángulos se dividió?
- ¿Qué fracción representa cada rectángulo?
- ¿Con cuántos de esos rectángulos se cubre $\frac{1}{4}$?
- La cuarta parte de $\frac{1}{4}$, ¿qué fracción del total del rectángulo representa?

Se espera así que reconozcan lo siguiente:

80 galletas ÷ 4 = 20 galletas.

$\frac{1}{4}$ taza de chocolate ÷ 4 = $\frac{1}{16}$ de taza de chocolate.

80 galletas + 20 galletas = 100 galletas.

$\frac{1}{4}$ taza de chocolate + $\frac{1}{16}$ taza de chocolate = $\frac{5}{16}$ taza de chocolate.

Para sumar $\frac{1}{4} + \frac{1}{16}$ también pueden seguir empleando el modelo de áreas, o bien cabe preguntarles: "¿Con cuántos dieciseisavos se puede cubrir $\frac{1}{4}$?". A esa cantidad hay que sumarle $\frac{1}{16}$.

Cierre de la actividad

Cuando los alumnos hayan terminado de resolver estas actividades, pídales que regresen a su solución original y que comenten con sus compañeros su estrategia. Después, dígales que hagan un registro de lo que aprendieron, que anoten cuál fue su primera idea para resolver el problema y registren si cometieron errores, si lograron aclarar sus dudas, etcétera.

Tema 4
Geometría

Aprendizajes esperados

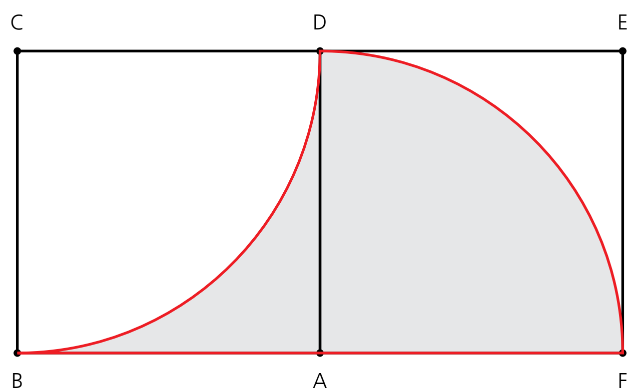
Identifica estrategias para resolver problemas que implican calcular superficies y longitudes de figuras irregulares.

La situación planteada a los alumnos

En este problema se plantea a los alumnos la obtención del área y del perímetro de una figura con lados curvos. Ellos ya han estudiado cómo calcular áreas y perímetros de círculos, ahora se espera que utilicen esos conocimientos para resolver este problema.

Sugerencias para abordar el problema

Asegúrese de que los alumnos han comprendido que necesitan calcular el área de la figura delimitada por las líneas rojas. Puede pedirles que tracen los cuadrados y luego los arcos y que iluminen la superficie que deben calcular.

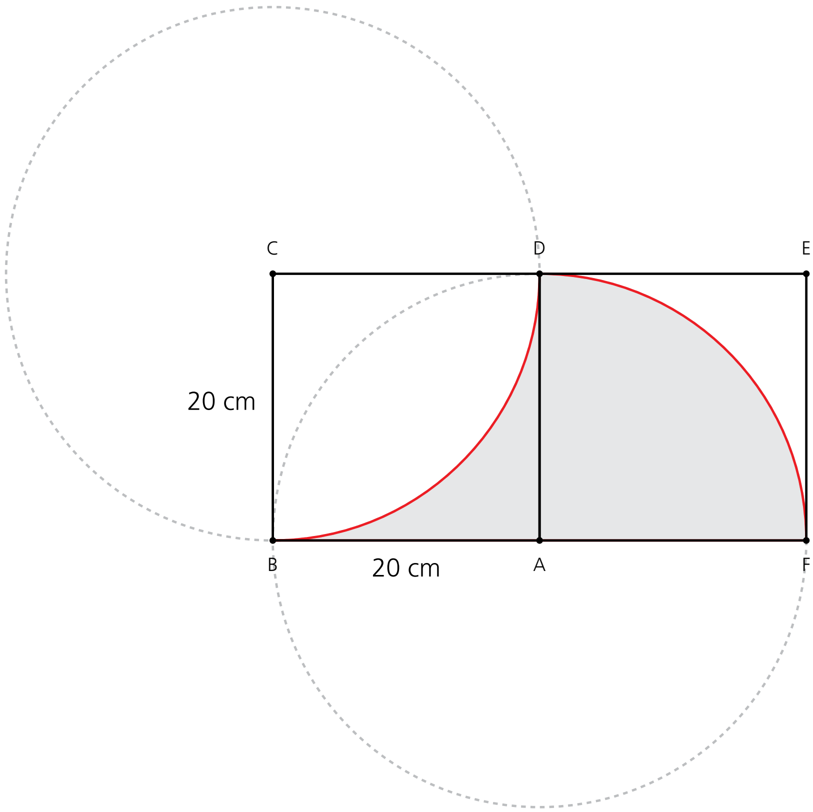


Dé tiempo para que cada alumno explore una solución, no importa si ésta es correcta o no. Cuando terminen, pueden seguir resolviendo.

Un error que suelen cometer es confundir el área con el perímetro. Esto se explora en el material para los alumnos. Comente esa información para que todos recuerden cuál es el perímetro y cuál es el área.

Análisis de las estrategias de resolución planteadas en la Guía

El procedimiento de Daniela implica el cálculo del área de la figura roja a partir del cálculo de las áreas no sombreadas, de modo que obtiene primero el área del círculo completo y la del cuadrado que representa un mosaico.



Área del cuadrado: $20 \times 20 = 400$ cm^2

Área del círculo: $\pi \times r^2 = 1256.64$ cm^2

El área de la figura roja delimitada por el arco trazado en el cuadrado ADEF es igual a la cuarta parte del área del círculo completo.

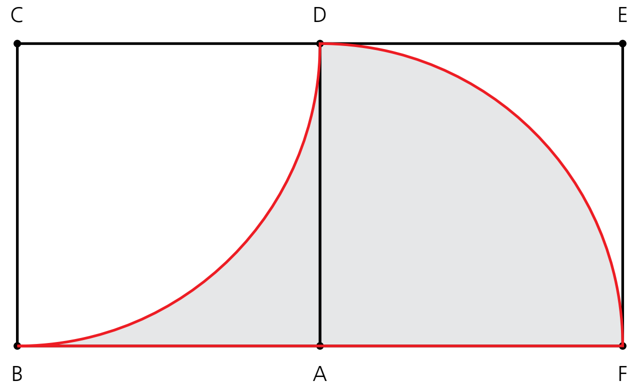
1256.64 cm^2 ÷ 4 = 314.16 cm^2

El área de la figura roja delimitada por el arco trazado en el rectángulo CDAB es igual al área del cuadrado menos el área de la cuarta parte del círculo completo.

400 cm^2 – 314.16 cm^2 = 85.84 cm^2

El área de toda la figura roja es 314.16 cm^2 + 85.84 cm^2 = 400 cm^2

En el procedimiento de Pamela se observa que el pedazo de figura roja del primer mosaico es igual al que se forma fuera de la figura roja en el otro mosaico, es decir, que el área delimitada por los vértices BAD es igual al área delimitada por los vértices DEF.



En la Guía para el alumno se sugiere que copien la figura completa, recorten las figuras mencionadas y las pongan una encima de la otra para que comprueben que tienen la misma área. Entonces, si estas dos figuras tienen la misma área, se puede colocar la figura BAD en el lugar que ocupa la figura DEF y con ello se “completa” un cuadrado, es decir, se tiene completa el área de un mosaico. Así, pues, el área de la figura roja es igual al área de un mosaico (que mide 20 cm por lado) = 400 cm^2.

El procedimiento de Octavio pretende demostrar que los “gajos” que se forman al trazar las diagonales en el rectángulo son iguales. Sugiera a los alumnos que también copien esta figura, recorten los gajos mencionados y los pongan uno encima del otro para verificar que tienen la misma área. Entonces, se puede calcular el área de la figura roja obteniendo el área del triángulo. Como la base del rectángulo es 40 cm y la altura 20 cm, se tiene que:

$$\frac{40 \times 20}{2} = 400$$

Así que, mediante este procedimiento, el área de la figura roja es también 400 cm^2.

Para calcular el perímetro de la figura roja hay que obtener el perímetro de la circunferencia completa.

Perímetro de la circunferencia: $2r \times \pi = 125.66$ cm

Perímetro de la cuarta parte de la circunferencia: 125.66 cm $\div 4 = 31.42$ cm

Perímetro de la figura roja: longitud del segmento BF + la cuarta parte del perímetro de la circunferencia + la cuarta parte del perímetro de la circunferencia:

40 cm + 31.42 cm + 31.42 cm = 102.84 cm

Cierre de la actividad

Cuando los alumnos hayan terminado de resolver estas actividades, pídales que regresen a su solución original y que comenten con sus compañeros su estrategia. Después, dígales que hagan un registro de lo que aprendieron, que anoten cuál fue su idea inicial para resolver el problema y registren si cometieron errores, si lograron aclarar sus dudas, etcétera.

Lee, piensa, decide y aprende

Matemáticas

Tercera fase

Guía del maestro

Se imprimió por encargo de la Subsecretaría de Educación Básica,
en... con dirección en...

El tiraje fue de... ejemplares.

seb
Subsecretaría de Educación Básica

DGDGIE
Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa